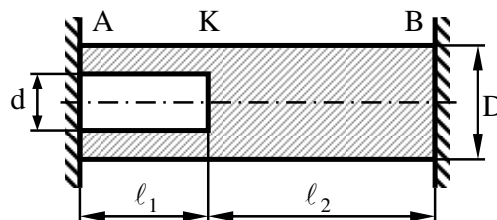


1.)

A furatos henger szobahőmérsékleten hézag- és erőmentesen illeszkedik a megtámasztások közé. Mekkora reakcióerők ébrednek, ha a hőmérsékletet $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ -kal megnöveljük? Mekkora és milyen irányú lesz a K keresztmetszet elmozdulása?

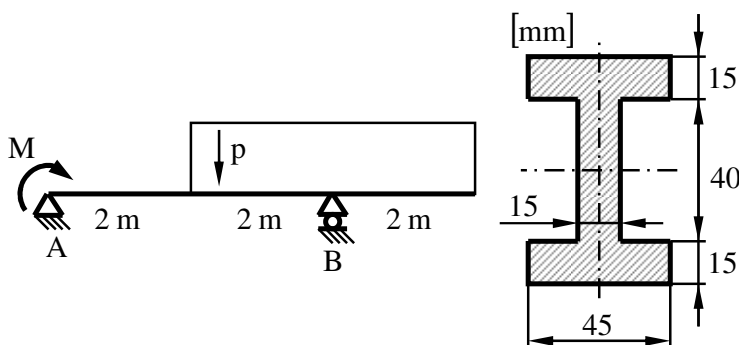


Adatok: $D = 12\text{ mm}$, $d = 6\text{ mm}$, $l_1 = 5\text{ cm}$, $l_2 = 10\text{ cm}$, $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$, $E = 210\text{ GPa}$

2.)

Ellenőrizze a tartó kritikus keresztmetszetét szilárdsági szempontból (hajlításra)!

Adatok:

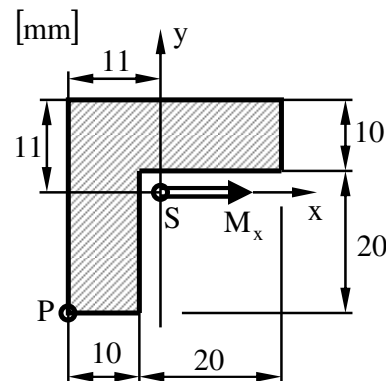
 $p = 1\text{ kN/m}$ $M = 1\text{ kNm}$ $\sigma_{\text{meg}} = 100\text{ MPa}$ 

3.)

Adja meg a semleges tengely és az x tengely által bezárt szöget! Ábrázolja is a semleges tengely elhelyezkedését! Számítsa ki a P pontban ébredő feszültség értékét! Húzó- vagy nyomófeszültségről van szó?

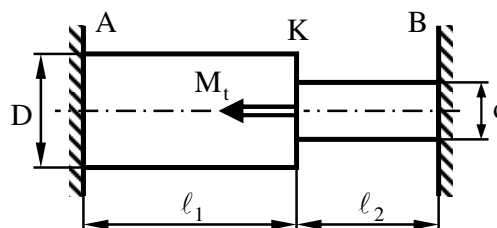
Az S súlypont helyzete és a másodrendű nyomatékok adottak.

Adatok:

 $M = 100\text{ Nm}$ $I_x = I_y = 36167\text{ mm}^4$ $I_{xy} = 18000\text{ mm}^4$ 

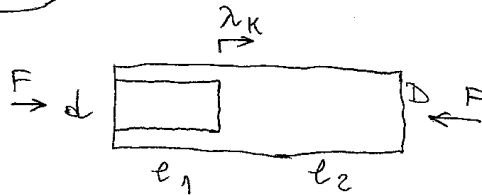
4.)

A változó keresztmetszetű hengeres alkatrész mindkét végén befogott. Számítsa ki a reakciónyomatékokat! Mekkora feszültség ébred az egyes szakaszokban?



Adatok: $D = 10\text{ mm}$, $d = 5\text{ mm}$, $l_1 = 12\text{ cm}$, $l_2 = 5\text{ cm}$, $G = 80\text{ GPa}$, $M_t = 10\text{ Nm}$

A1



$$\begin{aligned}
 D &= 12 \text{ mm} & \alpha &= 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} \\
 d &= 6 \text{ mm} & E &= 210 \text{ GPa} \\
 l_1 &= 5 \text{ cm} & F &= ? \\
 l_2 &= 10 \text{ cm} & \lambda_K &= ? \\
 \Delta t &= 20^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

$$A_1 = \frac{(D^2 - d^2)\pi}{4} = \frac{(12^2 - 6^2)\pi}{4} = 84,82 \text{ mm}^2$$

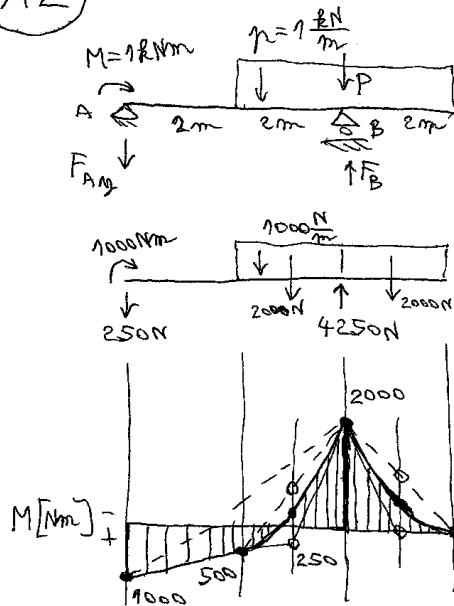
$$A_2 = \frac{D^2\pi}{4} = \frac{12^2\pi}{4} = 113,1 \text{ mm}^2$$

$$\alpha(l_1 + l_2)\Delta t = \frac{F l_1}{A_1 E} + \frac{F l_2}{A_2 E}$$

$$F = \frac{\alpha E (l_1 + l_2) \Delta t}{\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}} = \frac{1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 210 \cdot 10^3 (50 + 100) \cdot 20}{\frac{50}{84,82} + \frac{100}{113,1}} = 5131 \text{ N}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_K &= \lambda_1 = \alpha l_1 \Delta t - \frac{F l_1}{A_1 E} = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 50 \cdot 20 - \frac{5131 \cdot 50}{84,82 \cdot 210 \cdot 10^3} = \\
 &= 1,2 \cdot 10^{-2} - 1,14 \cdot 10^{-2} = -2,403 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad (\leftarrow)
 \end{aligned}$$

A2



$$\sigma_{meg} = 100 \text{ MPa}$$

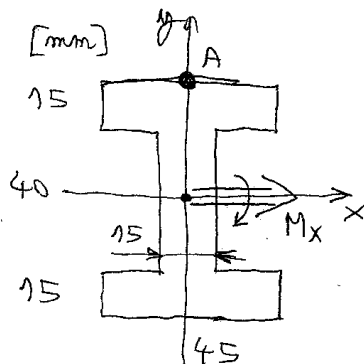
$$\sum M_A = 0 = -M - P \cdot 4 + F_B \cdot 4$$

$$F_B = P + \frac{M}{4} = 4 + \frac{1}{4} = 4,25 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 = -F_{Ay} - P + F_B$$

$$F_{Ay} = F_B - P = 4,25 - 4 = 0,25 \text{ kN} = 250 \text{ N} (\uparrow)$$

$$M_{max} = 2 \text{ kNm}$$



$$M_x = +M_{max} = 2 \text{ kNm}$$

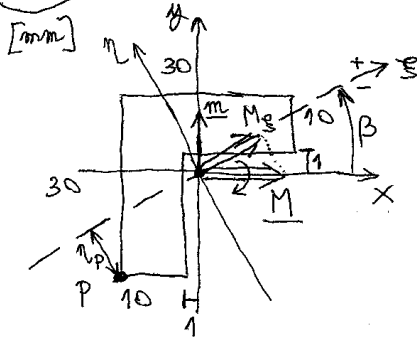
$$I_x = \frac{70^3 \cdot 45}{12} - \frac{40^3 \cdot 30}{12} =$$

$$= 1,2863 \cdot 10^6 - 1,6 \cdot 10^5 = 1,126 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{max} = \sigma_A = \frac{M_x}{I_x} y_A = \frac{2 \cdot 10^6}{1,126 \cdot 10^6} \cdot (+35) = 62,17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max} < \sigma_{meg} \quad \checkmark \text{ OK}$$

A3



$$M_x = 100 \text{ Nm}$$

$$I_x = I_y = 36167 \text{ mm}^4$$

$$I_{xy} = 18000 \text{ mm}^4$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ Nm} \rightarrow \underline{m} \perp \underline{M} \rightarrow \underline{m} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{m}^T \underline{I}_{xy} \underline{e}_\xi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 36167 & -18000 \\ 18000 & 36167 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -18000 & 36167 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{bmatrix} = -18000 \cos\beta + 36167 \sin\beta = 0$$

$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{18000}{36167} = 0,4977 \rightarrow \boxed{\beta = 26,46^\circ}$$

$$\underline{e}_\xi = \begin{bmatrix} \cos\beta \\ \sin\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 26,46^\circ \\ \sin 26,46^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8952 \\ 0,4456 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{e}_\eta = \begin{bmatrix} -0,4456 \\ 0,8952 \end{bmatrix}$$

$$\underline{M}_\xi = \underline{e}_\xi^T \underline{M} = \begin{bmatrix} 0,8952 & 0,4456 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \end{bmatrix} = 89,52 \text{ Nm}$$

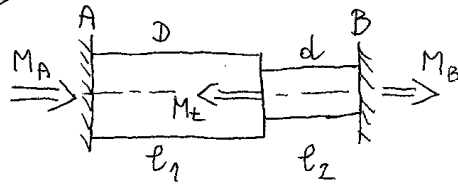
$$\underline{\eta}_p = \underline{e}_\eta^T \underline{r}_p = \begin{bmatrix} -0,4456 & 0,8952 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -11 \\ -19 \end{bmatrix} = -12,11 \text{ mm}$$

$$\underline{I}_\xi = \underline{e}_\xi^T \underline{I}_{xy} \underline{e}_\xi = \begin{bmatrix} 0,8952 & 0,4456 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 36167 & -18000 \\ -18000 & 36167 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,8952 \\ 0,4456 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,8952 & 0,4456 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 24356 \\ 2,415 \end{bmatrix} = 21805 \text{ mm}^4$$

$$\boxed{\sigma_p = \frac{M_\xi}{I_\xi} \eta_p = \frac{89,52 \cdot 10^3}{21805} (-12,11) = -49,72 \text{ MPa}} \quad (\text{ny})$$

(A4)



$$\begin{aligned}
 D &= 10 \text{ mm} & G &= 80 \text{ GPa} \\
 d &= 5 \text{ mm} & M_t &= 10 \text{ Nm} \\
 l_1 &= 12 \text{ cm} & M_A &= ? & M_B &= ? \\
 l_2 &= 5 \text{ cm} & \tau_1 &= ? & \tau_2 &= ?
 \end{aligned}$$

$$I_{p1} = \frac{D^4 \pi}{32} = \frac{10^4 \pi}{32} = 981,7 \text{ mm}^4$$

$$I_{p2} = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{5^4 \pi}{32} = 61,36 \text{ mm}^4$$

$$1.) \sum M_t = 0 = M_A - M_t + M_B$$

$$2.) \varphi_k = \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{M_A l_1}{I_{p1} G} = \frac{M_B l_2}{I_{p2} G}$$

$$1.) M_B = M_t - M_A$$

$$1 \rightarrow 2.) \frac{M_A l_1}{I_{p1} G} = \frac{(M_t - M_A) l_2}{I_{p2} G}$$

$$M_A = \frac{M_t \frac{l_2}{I_{p2}}}{\frac{l_1}{I_{p1}} + \frac{l_2}{I_{p2}}} = \frac{M_t}{\frac{l_1}{l_2} \frac{I_{p2}}{I_{p1}} + 1} = \frac{10}{\frac{12}{5} \frac{61,36}{981,7} + 1} = 8,696 \text{ Nm} (\Rightarrow)$$

$$1.) M_B = M_t - M_A = 10 - 8,696 = 1,304 \text{ Nm} (\Rightarrow)$$

$$\tau_1 = \frac{M_A}{I_{p1}} \frac{D}{2} = \frac{8696}{981,7} \frac{10}{2} = 44,29 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{M_B}{I_{p2}} \frac{d}{2} = \frac{1304}{61,36} \frac{5}{2} = 53,13 \text{ MPa}$$